

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2014**

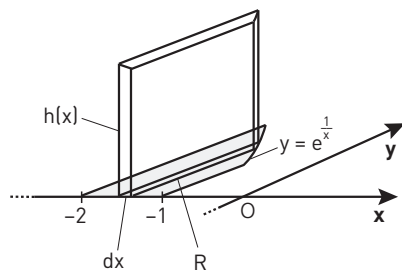
- 4** Un solido  $\Omega$  ha per base la regione  $R$  delimitata dal grafico  $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$  e dall'asse  $x$  sull'intervallo  $[-2; -1]$ .  
In ogni punto di  $R$  di ascissa  $x$ , l'altezza del solido è data da  $h(x) = \frac{1}{x^2}$ . Si calcoli il volume del solido.

## SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2014

**4** La funzione  $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$  è definita positiva nell'intervallo  $[-2; -1]$  e la derivata prima  $f'(x) = -\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$  è sem-

pre negativa; pertanto la funzione è decrescente. La derivata seconda  $f''(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^4} (1 + 2x)$  è sempre negativa nell'intervallo di definizione e la funzione ha concavità rivolta verso il basso.

Rappresentiamo in figura 11 la regione  $R$  delimitata dal grafico e dall'asse  $x$  sull'intervallo  $[-2; -1]$ . Consideriamo il solido  $\Omega$  che ha per base la regione  $R$  e per ogni punto di ascissa  $x$  l'altezza  $h(x) = \frac{1}{x^2}$ .



◀ **Figura 11.**

Determiniamo il volume del solido  $\Omega$  come la somma integrale dei parallelepipedi di area di base  $e^{\frac{1}{x}} dx$  e altezza  $\frac{1}{x^2}$ :

$$V = \int_{-2}^{-1} e^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{1}{x^2} dx = - \int_{-2}^{-1} e^{\frac{1}{x}} \cdot \left( -\frac{1}{x^2} \right) dx = - \left[ e^{\frac{1}{x}} \right]_{-2}^{-1} = \frac{1}{\sqrt{e}} - \frac{1}{e} = \frac{\sqrt{e} - 1}{e}.$$